

MATHÉMATIQUES

niveau I

Durée de l'épreuve : 3 heures

Ouvrage et matériel autorisés : Formulaires et tables, Calculatrice TI-83+

Barème : Points indiqués sur chaque problème.

Remarques : Une présentation et une rédaction soignées sont exigées.

Les raisonnements et les calculs doivent figurer sur votre travail.

Chaque problème doit être rédigé sur une nouvelle feuille.

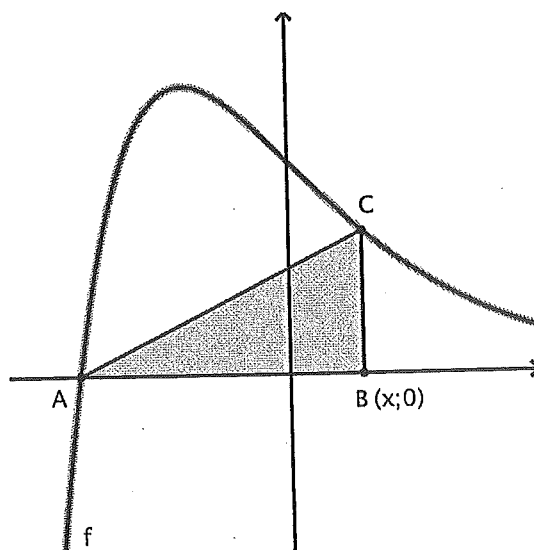
Mettre votre nom et numéro sur chaque feuille.

Faire une marge sur chaque page.

Problème 1 (8 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = (x+4)e^{-\frac{x}{2}}$ dont la courbe figure ci-dessous. Le point A est l'intersection de la courbe de f et de l'axe des abscisses; le point C , d'ordonnée positive, est un point quelconque de la courbe de f ; le point B est la projection orthogonale de C sur l'axe des abscisses.

- Calculer l'équation de la droite tangente en A à la courbe de f (sous la forme $y = ax + b$; on donnera la valeur exacte de a et b).
- Déterminer la valeur de x pour que le triangle rectangle ABC possède une aire maximale.



Problème 2 (9 points)

Partie A

Dans un système orthonormé, on considère le cylindre C d'équation $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 25$.

- Déterminer l'axe et le diamètre de ce cylindre.
- Déterminer les points d'intersection du cylindre et de l'axe des x .
 - Déterminer les points d'intersection du cylindre et de l'axe des y .

Partie B

On donne les points $A(8; 0; 0)$, $B(0; -6; 0)$ et $N(5; 4; -3)$.

- Calculer l'aire du triangle ABN .
- Donner l'équation algébrique du plan π défini par A , B et N .
- Soit la droite d d'équation $\frac{-x}{9} = \frac{-(2y+4)}{8} = \frac{5z-15}{18}$

et le plan α d'équation $-9x + 12y + 25z + 72 = 0$.

Déterminer l'intersection du plan α et de la droite d .

Problème 3 (9 points)

Les résultats de cet exercice seront donnés sous forme décimale, arrondie au $1/1'000$.

Lors des journées thématiques, une classe de 20 élèves a choisi pour thème la criminologie.

Trois activités sont proposées pour ce thème :

- 1) travail à l'ordinateur : comparaison d'empreintes digitales, reconnaissance faciale, etc. ;
- 2) analyses chimiques ;
- 3) profilage (*consiste à déterminer un profil psychologique*).

Chaque élève ne doit choisir qu'une seule de ces trois activités.

Les inscriptions ont donné les résultats suivants :

- > 2 filles et 5 garçons travailleront à l'ordinateur,
- > 4 filles et 4 garçons s'occuperont des analyses chimiques et
- > un groupe de 5 filles fera du profilage.

Partie A

Le professeur tire au sort, parmi tous les élèves, une personne qui ira chercher le matériel d'analyse.

- a) Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?
- b) La personne choisie est une fille.
Quelle est la probabilité qu'elle soit dans une équipe mixte (*comprenant des filles et des garçons*) ?
- c) Les événements «être un garçon» et «procéder aux analyses chimiques» sont-ils indépendants ?

Partie B

Le professeur choisit au hasard trois élèves pour prendre des photos qui illustreront le dossier final.

- d) Combien de groupes est-il possible de former ?
- e) Calculer la probabilité des événements suivants :
 - i) les trois élèves pratiquent des activités différentes.
 - ii) au moins un élève s'occupe de profilage.

Partie C

Le professeur choisit au hasard trois élèves qui rangeront la salle.

- f) Montrer que la probabilité que Philomène, la seule de la classe à porter ce nom, soit choisie pour le groupe de rangement est égale à 0,15.
- g) Les journées thématiques durent cinq jours. Au début de chaque journée, on tire au hasard, parmi tous les élèves, le groupe de rangement.
 - i) Quelle est la probabilité que Philomène ne soit jamais choisie de toutes les journées ?
 - ii) Quelle est la probabilité de la choisir exactement une fois ?
 - iii) Montrer que la probabilité de choisir Philomène au moins deux fois est inférieure à 0,2.

Problème 4 (6 points)

Partie A

Calculer l'aire de la surface déterminée par les courbes de $f(x) = e^x$, de $g(x) = \sqrt{x}$ et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$.

Partie B

On considère la courbe de $f(x) = e^x$ sur l'intervalle $[-1, 3]$.
Par rotation autour de l'axe des abscisses, elle engendre un corps.
Calculer son volume.